



Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В.,  
Корянов В.В., Тучин А.Г.,  
Тучин Д.А.

Разработка стратегий  
исследования системы  
Юпитера при использовании  
модели ограниченной  
задачи четырёх тел

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Разработка стратегий исследования системы Юпитера при использовании модели ограниченной задачи четырёх тел / Ю.Ф.Голубев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 50. 30 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-50>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский,  
В.В. Корянов, А.Г. Тучин, Д.А. Тучин**

**Разработка стратегий  
исследования системы Юпитера  
при использовании модели  
ограниченной задачи четырёх тел**

**Москва — 2014**

**Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А.**

Разработка стратегий исследования системы Юпитера при использовании модели ограниченной задачи четырёх тел

С использованием реальных эфемерид реализован эвристический алгоритм [1-5] преодоления «парадокса сольных пертурбаций» при проведении гравитационных манёвров в системе Юпитера с целью сближения с одним из спутников. Зона превышения суммарной полученной дозы радиации (TILD) обходится по «верхнему коридору» диаграммы Тиссерана. Одновременно проводится малозатратная редукция асимптотической скорости космического аппарата (КА), необходимая для сближения. Поиск таких сценариев стал возможным при переходе от модели ограниченной задачи трёх тел к условиям задачи четырёх и более тел. Вводятся новые «*тиссерановы*»  $T_i$ -координаты. Показано, что необходимы гравитационные «кросс»-манёвры ещё на ранней стадии редукции орбитального периода. В итоге разумное увеличение длительности миссии можно разменять на резкое снижение TILD и найдены «комфортабельные» (по TILD) сценарии туров в системе (менее 50 крад для стандарта защиты КА 8 мм Al). Это даст значительный выигрыш в полезной нагрузке КА миссий к Юпитеру и повышение степени надёжности работы их научной аппаратуры.

**Ключевые слова:** гравитационный манёвр, система Юпитера, диаграмма Тиссерана, доза радиации.

**Yu. F. Golubev, A. V. Grushevskii, V.V. Koryanov, A. G. Tuchin, D.A. Tuchin**

Mission design in Jovian system within model restricted four-body problem

Heuristic algorithm to overcome the "paradox solo disturbances" during gravitational maneuvers [1-5] in the Jovian system for approach to one of the satellites is implemented with using real ephemeris. The region of exceeding of the total received radiation dose (TILD) skirted along the "upper corridor" of Tisserand's graph. Withal low-cost reduction of the spacecraft (SC) asymptotic velocity required for approaching. The search for such scenarios become possible in the transition from the model of the restricted three-body problem to terms of the four-and more-body problem. New "*tisserand's*"  $T_i$ -coordinates introduced. It is shown that the gravity "cross"-maneuvers at the early stage of reduction of the orbital period are required. As a result, a reasonable increase in the duration of the mission can be exchanged on a sharp decline TILD and found "comfortable" (in TILD) rounds scenario in the system (less than 50 krad for SC protection standard 8 mm Al). This will provide significant gains in payload spacecraft missions in Jupiter system and improving the reliability of their scientific instruments.

**Key words:** gravity assist, Jovian system, Tisserand-Poincare graph, radiation dose

## Введение

При проведении современных межпланетных космических экспедиций необходимо использовать естественные источники энергии, к которым в первую очередь относятся гравитационные манёвры [6-7]. В [1-5] построена методика синтеза сценариев проведения гравитационных манёвров в Солнечной системе и системах планет, содержащих несколько массивных спутников, в рамках ограниченной задачи многих тел, на примере построения цепочек прохождения космического аппарата (КА) естественных спутников системы Юпитера с целью посадки на один из них (отечественный проект «Лаплас-П»). С целью проектирования туров, малобюджетных по затратам характеристической скорости, в указанной методике задействованы активно используемые в последние годы диаграммы-графа Тиссерана-Пуанкаре (ГТП) [8-13]. Разработанные в [1-5] алгоритмы синтеза сценариев позволяют преодолеть баллистический детерминизм, обусловленный критерием Тиссерана [14-16], который присущ упрощённым моно-вариантам [10-11,17], с помощью перехода от условий ограниченной задачи трёх тел к задаче четырёх и более тел.

Уточненный анализ динамики накопления дозы радиации (TILD), получаемой КА при осуществлении миссии [1-5], показывает, как и следовало ожидать, острую необходимость существенной селекции туров в системе Юпитера (как и в системе Сатурна) не только по продолжительности миссии и затратам характеристической скорости на её проведение, но и с учетом модельных ограничений на суммарную дозу радиации. Условия работы современной научной аппаратуры проектируемых отечественных миссий и Европейского космического агентства (ESA) требуют соблюдения ограничений на TILD в пределах 250-300 крад. В [1-2] с использованием разработанных методик получены семейства сценариев миссии стандартного класса, обеспечивающие указанный «стандартный потолок» дозы при стандартной толщине защитного слоя 8-10 мм Al (Приложение 1).

На основе разработанного инструментария, позволившего синтезировать решения «стандарта» [1-2], становится возможной выработка стратегий проведения туров различного предназначения, и в первую очередь – туров с минимальной суммарной дозой накопленной радиации, что априори позволит существенно снизить вес КА. Таким образом, вслед за решением проблемы малозатратной редукции асимптотической скорости КА [1-5] будет естественным решать проблему синтеза указанных классов сценариев при соблюдении разумных ограничений длительности миссии. Помимо самого решения проблемы проектирования необходим также и собственно соответствующий модельный синтез туров с использованием реальных эфемерид Юпитера и его естественных спутников [18-20].

## Специфика проведения гравитационных манёвров

Перелёт к системе Юпитера может быть осуществлен различными способами, в том числе и с использованием гравитационных манёвров [2,8-9,11-13]. Один из наиболее эффективных вариантов – маршрут VEEGA (Venus-Earth-Earth-Venus Gravity Assist). В частности, такой вариант в качестве опорной траектории предполагается использовать для миссии «JUICE» ESA к Юпитеру с целью выхода на орбиту искусственного спутника Ганимеда [12-13]. Перелёт должен занять приблизительно шесть лет.

Как межпланетный перелёт, так и перелёт между спутниками Юпитера можно проектировать в рамках метода склеенных конических сечений «Patched Conics» [21] и в дальнейшем проводить уточнение с использованием реальных эфемерид. Метод склеенных конических сечений представляет траектории небесного тела пренебрежимо малой массы (в нашем случае – КА) в кусочно-кеплеровом виде с изломами в местах проведения гравитационных манёвров. Области проведения манёвров (с момента  $t_1$  входа в сферу действия второго гравитирующего тела до момента  $t_2$  выхода из неё) считаются ничтожными по сравнению с участками кеплерового движения около центрального тела и заменяются точками склейки (рис. 1).

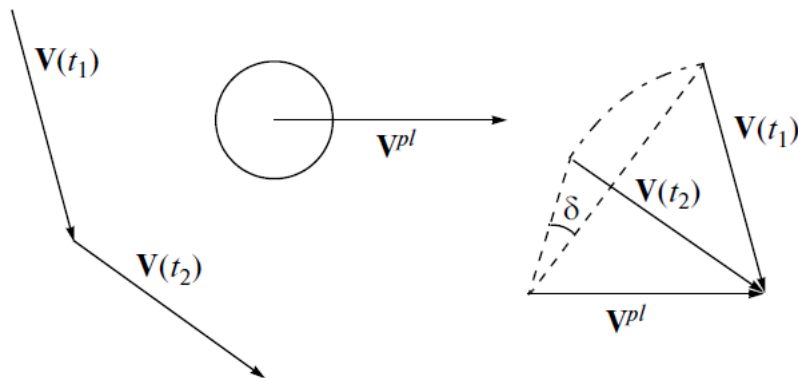


Рис. 1 – Геометрия гравитационного манёвра

Угол излома  $\delta$  определяется «внутренней геометрией» точки склейки исходя из угла раствора «запакованной в этой точке» пролетной гиперболы относительно спутника-партнера по гравитационному манёвру. Модуль вектора скорости КА относительно спутника при этом не меняется.

Изменение скорости КА относительно центрального тела  $\vec{V}(t)$  равно:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}(t_2) - \vec{V}(t_1), \quad \Delta V = \|\Delta\vec{V}\| = 2v_\infty \sin \delta = \frac{2v_\infty \cdot \mu}{\mu + r_\pi v_\infty^2} \quad (1)$$

где  $\mu$  – гравитационная постоянная пролётного тела,  $v_\infty$  – асимптотическая скорость КА относительно него,  $r_\pi$  – расстояние перицентра пролётной гиперболы КА, которая не может быть меньше радиуса планеты  $r^{pl}$  [21].

Максимальная добавка к гиперболической скорости по модулю не может превышать первую космическую скорость планеты  $\Delta V_{\max} = \sqrt{\frac{\mu}{r^{pl}}}$ .

При переходе к модельным безразмерным величинам гравитационное маневрирование КА около любого небесного тела будет определяться модельным коэффициентом нормализованной скорости КА  $\frac{V}{V^{pl}}$ , где  $V^{pl}$  – орбитальная скорость пролётного тела [17]. Следовательно, интенсивность любого гравитационного манёвра будет описываться безразмерным параметром  $\chi = \frac{\Delta V_{\max}}{V^{pl}}$ .

В таблице 1 приведено сравнение максимально возможных вариаций скорости КА при пролёте около крупнейших естественных спутников [2].

Таблица 1 – Сравнение максимально возможных вариаций скорости КА

| Спутник  | Предельная вариация скорости $\Delta V_{\max}$ , км/с | $\chi = \frac{\Delta V_{\max}}{V^{pl}}$ | Период, обращения, сутки | Радиус орбиты, радиусы центрального тела | Центральное тело |
|----------|---|---|--------------------------|--|------------------|
| Ио       | 1.809   | 0.1                                     | 1.8                      | 5.91                                     | Юпитер           |
| Европа   | 1.433   | 0.1                                     | 3.55                     | 9.4                                      | Юпитер           |
| Ганимед  | 1.949   | 0.17                                    | 7.155                    | 14.97                                    | Юпитер           |
| Каллисто | 1.725   | 0.21                                    | 16.69                    | 26.33                                    | Юпитер           |
| Луна     | 1.680   | 1.6                                     | 27.32                    | 60.34                                    | Земля            |
| Титан    | 1.867   | 0.3                                     | 15.94                    | 20.27                                    | Сатурн           |
| Тритон   | 1.029   | 0.23                                    | 5.88                     | 14.32                                    | Нептун           |

На Тритоне заканчивается список крупных гравитирующих спутников в Солнечной системе: следующие за ними Титания, Оберон, Рея и Япет на порядок легче и имеют  $\chi$  порядка сотых долей.

Естественно, что в первом приближении в юпитерианской системе координат гелиоцентрическая траектория КА так же представима в виде пролетной гиперболы. Для того, чтобы выйти на орбиту искусственного спутника Юпитера, необходим тормозной импульс JOI (Jovian Orbit Insertion) в её перигеуме.

## Особенности проведения гравитационных манёвров в системе Юпитера

Сценарии проведения гравитационных манёвров в системе Юпитера обязаны содержать следующие два основных этапа [5].

Этап 1 используется для уменьшения орбитальной энергии КА по отношению к Юпитеру после JOI и создания условий для более частых встреч с естественными спутниками Юпитера путем понижения периода обращения КА до величин порядка нескольких орбитальных периодов спутника (так, период спутника Ганимед составляет 7.155 суток). Перед каждым пролётом спутника Юпитера, в результате которого осуществляется гравитационный манёвр, должна быть предусмотрена коррекция траектории КА, которая должна обеспечить заданные параметры пролёта этого спутника Юпитера. Затраты характеристической скорости на такие коррекции не должны в среднем превышать 15 м/с в расчёте на одну коррекцию.

На этапе 2 серией «укороченных» гравитационных манёвров необходимо сблизить орбитальные скорости КА и спутника-мишени (например, Ганимеда), чтобы обеспечить необходимые условия для импульса выхода на орбиту около него и для формирования предпосадочной орбиты. Учитывая существенную вытянутость участков движения КА между манёврами и близость орбиты спутника-мишени к круговой, необходимо понижать и эксцентриситет орбиты КА.

Выделим основные фазы юпитерианской части космической миссии, реализующей посадку на спутник Юпитера.

Выход КА с пролётной гиперболы на сильно вытянутую эллиптическую орбиту около Юпитера с помощью JOI с целью экономии характеристической скорости.

1. Фаза уменьшения периода обращения КА и уменьшения его большой полуоси с помощью начальной серии «длинных и укорачивающихся» гравитационных манёвров (этап 1 – «дебют»).
2. Фаза сближения со спутником-«мишенью» (например, с Ганимедом). Необходимо сблизить орбитальные скорости КА и «мишени» и, учитывая существенную вытянутость участков движения КА между отражениями и близость орбиты спутника-«мишени» к круговой, понизить эксцентриситет орбиты КА серией «укороченных» гравитационных манёвров (этап 2 – «миттельшпиль» и «эндшпиль»).
3. Проведение фазирования КА со спутником-«мишенью».
4. Выполнение манёвра торможения GOI (Ganymede Orbit Insertion), обеспечивающего выход на орбиту искусственного спутника Ганимеда.
5. Выполнение серии манёвров, обеспечивающих формирование предпосадочной орбиты.
6. Включение автономной системы посадки на юпитерианскую луну.

Методика реализации этапа 1 достаточно прозрачна и состоит в корректном решении стартовой задачи Ламберта-Эйлера из условия попадания КА к Ганимеду после выполнения ЮИ и построения решений последующей серии задач Ламберта таких, чтобы орбитальный период КА на выходе из зоны очередного гравитационного манёвра был кратен орбитальному периоду выбранного спутника-партнера манёврирования. Сформированная таким образом резонансность периодов обеспечивает новую встречу с партнером через некоторое время в некоторой окрестности истинной аномалии последней встречи (рис. 2). Для этого непосредственно перед предстоящим совершением запланированного гравитационного манёвра достаточно проводить уточняющую малую коррекцию, регулирующую высоту пролета над спутником-мишенью.

Задача поиска цепочек гравитационных манёвров для этапа 1 проводится в классе дизъюнкций встреч со спутником  $G$  (например, Ганимед), которые формально можно записать как  $S: \{G_1 \wedge G_2 \dots \wedge G_N\}$ .

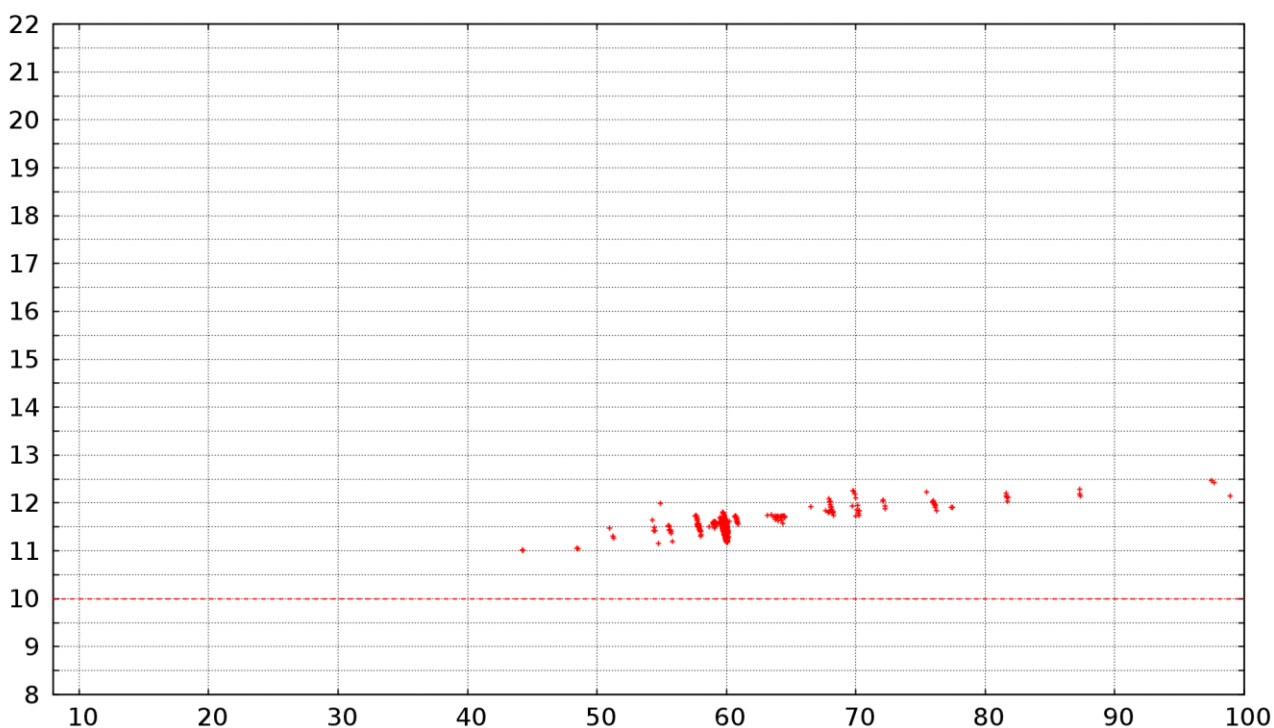


Рис. 2 – Семейства резонансных гравитационных манёвров этапа 1

По осям абсцисс и ординат отложены  $R_\alpha$  и  $R_\pi$  – расстояния апоцентра и перигея орбиты КА в радиусах Юпитера  $R_J$ .

Реализация этапа 2 не может быть проведена в этом классе, аналогичным этапу 1 способом. Главная причина обусловлена свойствами траекторий ограниченной задачи трех тел. Они имеют в классе малобюджетных (квазиинерционных) гравитационных манёвров около фиксированного спутника-мишени своим инвариантами величину интеграла Якоби, параметра



Тиссерана [14-16] и величину асимптотической скорости относительно спутника-мишени («парадокс сольных пертурбаций», или, как его называют в западной литературе, «endgame ballistic paradox» [10-11,17]).

## Методика преодоления «парадокса сольных пертурбаций» с помощью перехода к ограниченной задаче четырёх тел

Существование интеграла Якоби и критерия Тиссерана определяет баллистический детерминизм проведения гравитационных манёвров с одним небесным телом (в рамках ограниченной задачи трёх тел), что приводит к динамической невозможности приближения КА к этому телу – «мишени».

Выпишем безразмерный интеграл Якоби  $J$  для ограниченной задачи трех тел (центральное тело – Юпитер с гравитационным параметром  $\mu_1$ , малое тело – его естественный спутник «луна» с гравитационным параметром  $\mu_2 \ll \mu_1$  и третье тело бесконечно малой массы – КА. Перейдем к безразмерным координатам, нормированным по  $a_{sat}$  – большой полуоси орбиты спутника,

безразмерному времени  $\tau = \sqrt{\frac{a_{sat}^3}{\mu_1 + \mu_2}}$  и безразмерным скоростям,

нормированным по орбитальной скорости спутника  $V_{sat} = \sqrt{\frac{\mu_1 + \mu_2}{a_{sat}}}$ .

Пусть  $i$  – наклонение орбиты КА,  $e$  – её эксцентриситет,  $a_{sc}$  – большая полуось,  $a = a_{sc}/a_{sat}$ ,  $r_\gamma$  – нормированное по  $a_{sat}$  расстояние от КА до спутника. Тогда безразмерный интеграл Якоби  $J$  можно записать как [2,10,17]:

$$J = \frac{1-\mu}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)(1-\mu)} \cos i + 2\frac{\mu}{r_\gamma} - 2\mu + \mu^2 + (1-\mu)\mu,$$

$$\mu = \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \ll 1.$$

При предельном переходе  $\mu \rightarrow 0$ , с учетом того, что  $r_\gamma$  не меньше радиуса спутника, получим локальную эквивалентность интеграла Якоби  $J$  и параметра Тиссерана  $Ti$  [16]:

$$J \simeq \frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i = Ti,$$

откуда следует связь константы Якоби и параметра Тиссерана с  $v_\infty$  – асимптотической скоростью КА относительно спутника, нормализованной по его орбитальной скорости:

$$J \simeq T = 3(1-\mu) - v_\infty^2 \simeq 3 - v_\infty^2.$$

В размерных единицах константа Якоби  $J_{\text{dim}}$  и размерное значение параметра Тиссерана  $Ti_{\text{dim}}$  запишутся как

$$J_{\text{dim}} \approx Ti_{\text{dim}} \approx 3V_{\text{sat}}^2 - V_{\infty}^2,$$

где  $V_{\infty}$  – размерная асимптотическая скорость КА относительно спутника.

Рассмотрим образ орбиты КА на ГТП, на которой по осям абсцисс и ординат откладываются расстояния апоцентра и перицентра орбиты КА соответственно [8-11].

*Изоинфина* – инвариантная при гравитационном манёврировании линия уровня асимптотической скорости КА на ГТП «промахивается» мимо «точки прицеливания», имеющей в случае Ганимеда координаты  $(15 R_J, 15 R_J)$  (рис. 3). По осям абсцисс и ординат отложены  $R_{\alpha}$  и  $R_{\pi}$  – расстояния апоцентра и перицентра орбиты КА в радиусах Юпитера  $R_J$ .

Более того, сингулярное движение по *изоинфине* при проведении гравитационных манёвров КА понижает перицентр его орбиты и смещает тур в зону повышенной радиации (Приложение 2). В таком случае необходимы регулярные коррекции подъёма перицентра, требующие существенных затрат топлива.

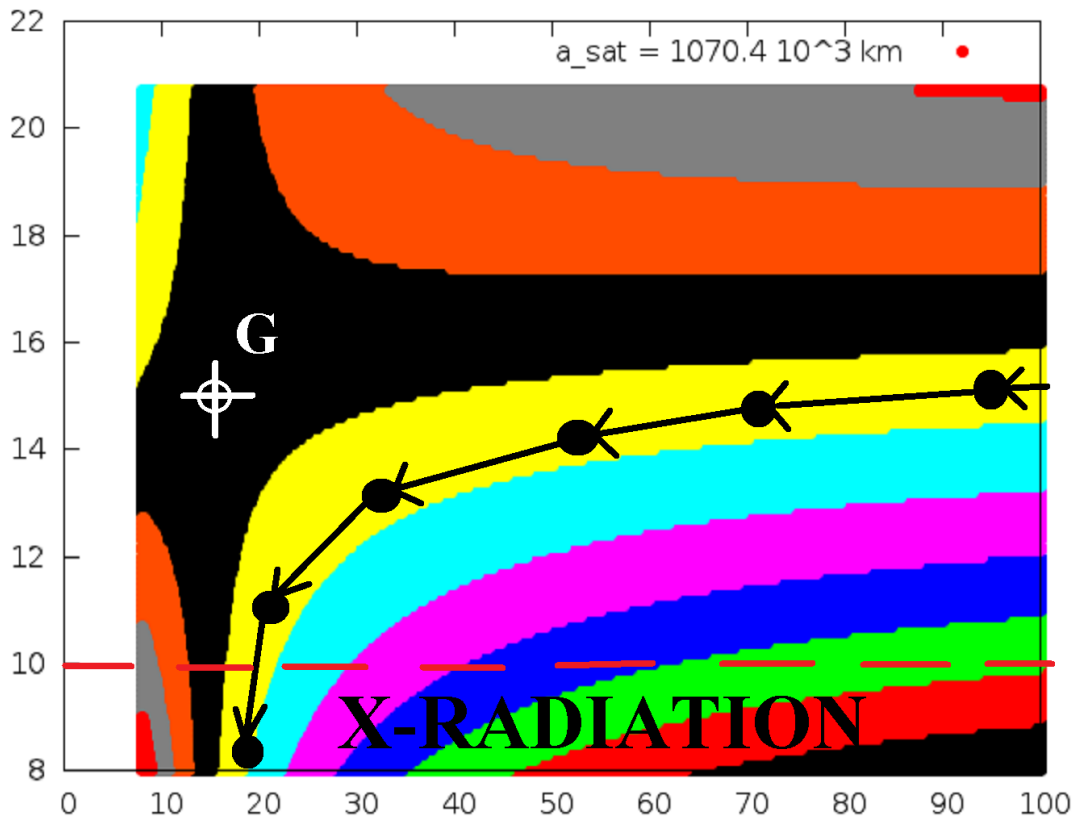


Рис. 3 – *Изоинфины* на ГТП для Ганимеда

Можно пространственно описать локализацию всех возможных траекторий КА при проведении гравитационных манёвров в ограниченной задаче трёх тел. Они заметают оплёткой внутренность «колпака» между

конусом с образующей  $R_{\pi} = R_{\alpha}$  и фигуры-«линзы», полученной вращением *изоинфины* вокруг оси абсцисс (апоцентров) (рис. 4 а,б).

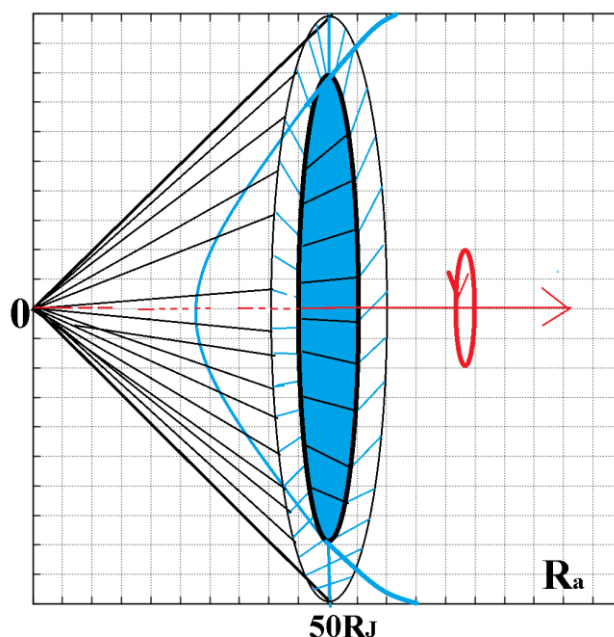


Рис. 4 а) – «Линза» внутри конуса, на которую наматывается траектория КА при гравитационном манёвровании в ограниченной задаче трёх тел

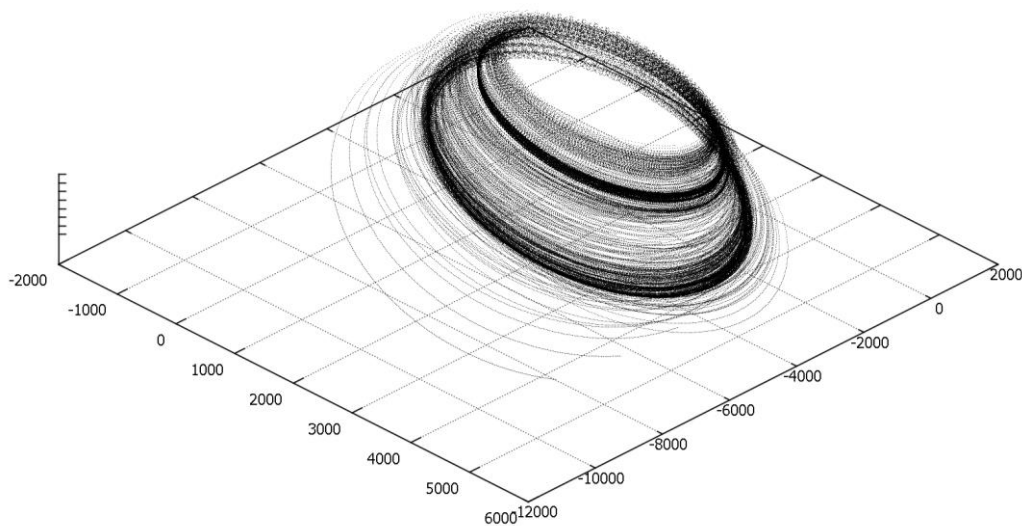


Рис.4 б) – «Перевернутая» вертикально на среднюю плоскость системы Юпитера «линза» внутри конуса, на которую наматывается траектория КА.  
По осям основания – координаты X и Y системы координат J2000, по вертикали – время

Однако из этой «патовой» ситуации находится экономичный выход, состоящий во временном отходе от концепции ламбертового конструирования резонансных пролетов КА около солнечного спутника. Осуществляется переход к баллистическим сценариям путём расширения поиска от условий ограниченной

задачи трех тел до ограниченной задачи четырех и многих тел. Специальными манёврами коррекции подключаются другие малые тела из системы Юпитера (в первую очередь – Каллисто). Тем самым обеспечивается переход на линию другого инварианта Тиссерана [1-2]. Необходимо совершение «косых» гравитационных манёвров таких, что после отражения от сферы действия одного спутника  $G$  («Ганимед»), КА вышел на сближение с другим спутником  $\bar{G}$  («НЕ\_Ганимед»). После этого необходимо подобрать и сопряжённый «зеркальный» манёвр – с обратной сменой участников. Таким образом, с помощью перехода от модели ограниченной задачи трех тел к моделям ограниченной задачи четырех – пяти – многих тел можно преодолеть баллистический детерминизм, налагаемый критерием Тиссерана.

В результате открывается возможность решать задачу синтеза цепочек гравитационных манёвров, как специальную селекцию фазовых пучков траекторий КА в классе дизъюнкций встреч со спутниками  $G_1 \wedge \bar{G} \wedge G_2$  (или, в усложнённой модификации – в классе  $G_1 \wedge \dots \wedge G_k \wedge \bar{G}_m \wedge \dots \wedge \bar{G}_{m+n} \wedge G_{k+1} \wedge \dots$ ). С этой целью авторами разработана полуаналитическая методика построения адаптивных сценариев на основе использования ГТП, на которые наносятся результаты численного моделирования избранных малобюджетных отражений-переотражений фазовых траекторных пучков. Первоначально методика разрабатывалась специально под задачи отечественной миссии «Лаплас-П» [24-25,1-5]. При моделировании сотен тысяч вариантов для каждой даты отбираются только такие цепочки, которые содержат замкнутые циклы пролётов Ганимеда при условии промежуточного прохождения Каллисто (рис. 5, 6).

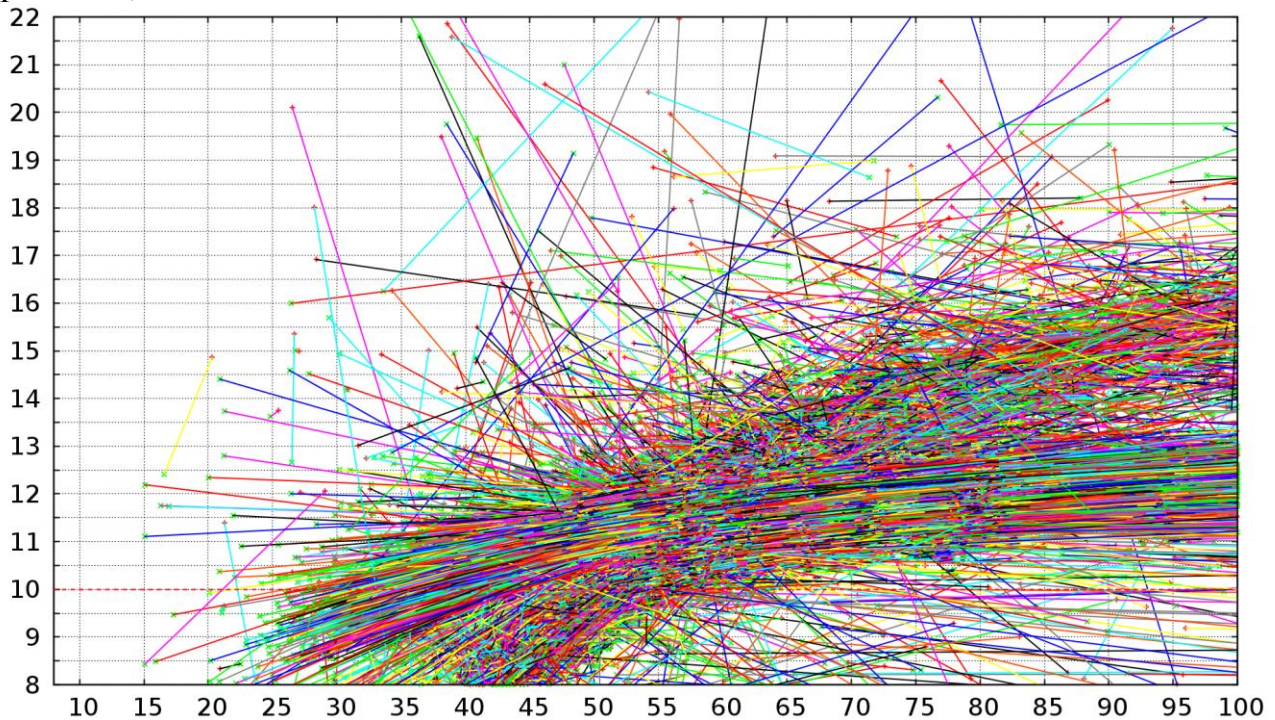


Рис. 5 – Пучок найденных «первичных» G-отражений на ГТП

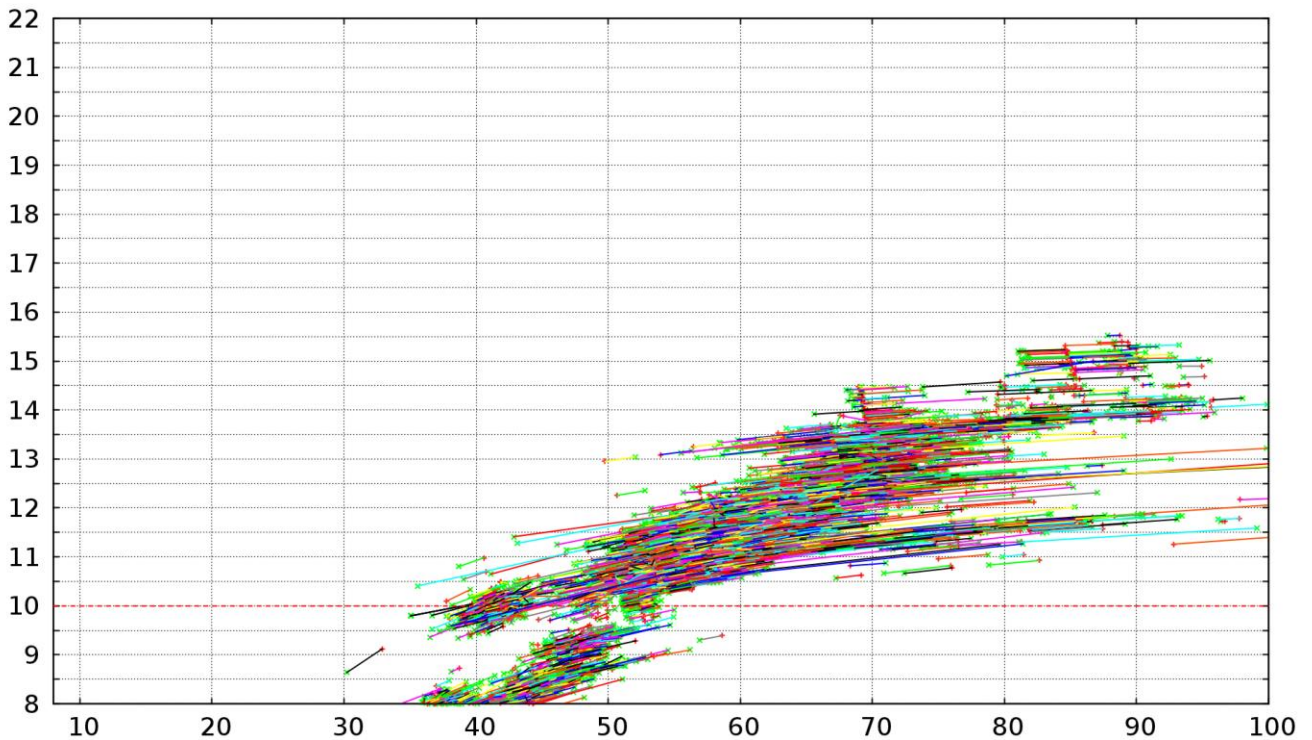


Рис. 6 – Динамика роста области достижимости КА на ГТП с проведённой селекцией «отражений-переотражений»  $G \wedge C \wedge G$

Фиксация Каллисто (рис. 7-8, где использованы репродукции картин Рубенса «Юнона и Аргус», Рени «Похищение Европы», Берхема «Юпитер и Каллисто») в качестве спутника  $\bar{G}$  и отказ от использования в таком качестве Ио и Европы в настоящее время объясняется следующим обстоятельством. Динамика накопления суммарной дозы радиации КА на основе приборных измерений космических миссий NASA с использованием разработанной авторами модифицированной методики показывает, что на эллиптической орбите в системе Юпитера наибольшую дозу КА получает в перигеяре практически квазисингулярно ([2], Приложение 1).

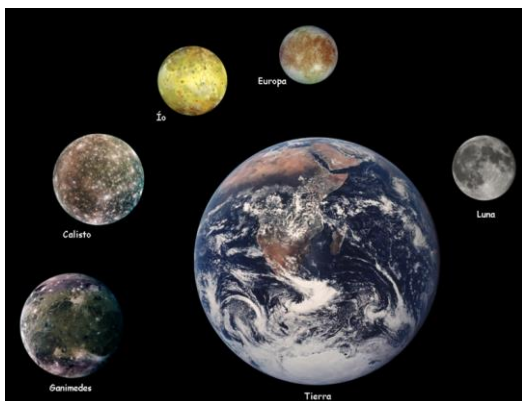


Рис. 7 – Семья Юпитера

Таким образом, доза радиации, получаемая в течение всей миссии, определяется не столько общей длительностью миссии, сколько количеством и высотой наиболее низких периферийных туров.



Рис. 8 – Европа ещё надеется, Каллисто уже ожидает

### Способы выхода на «верхний коридор»

Выход на «верхний тоннель» прилегающей к сепаратрисе области «Ганимеда» на ГТП можно производить несколькими способами.

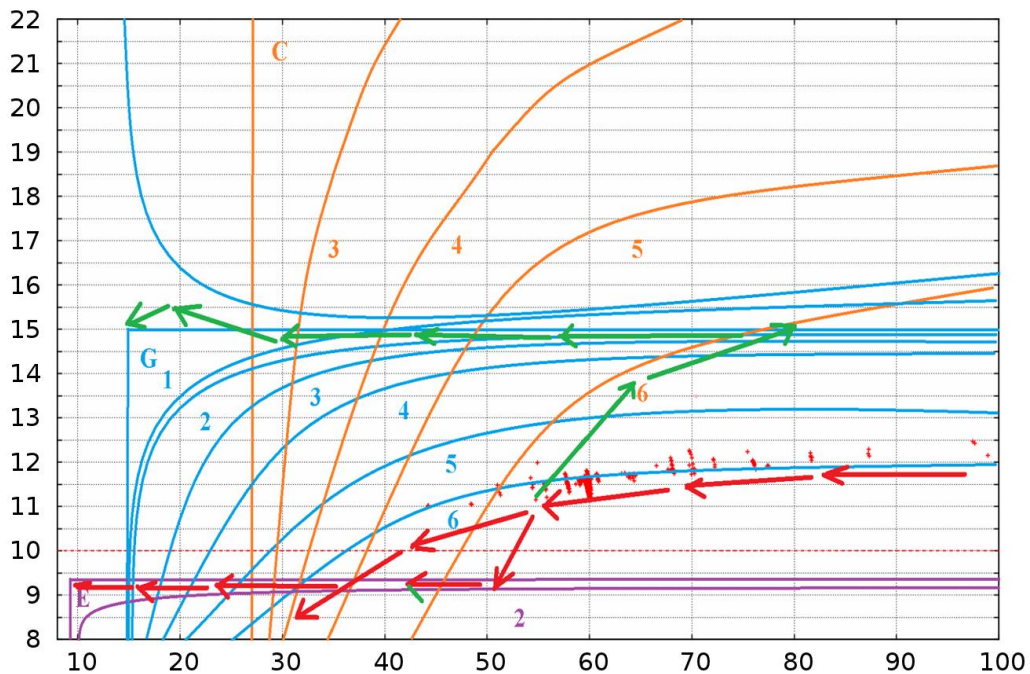


Рис. 9 – Фрагмент ГТП с нанесенными гравитационными манёврами около нескольких спутников

Тур-«стандарт» (по радиации) предполагает проведение подъёма к «верхнему тоннелю» непосредственно на этапе 2 в один или несколько приёмов



Использование ЛОМ совместно с модифицированной ГТП (на которую нанесён изолинии орбитального периода КА (рис. 11) оказывается продуктивным для классификации возможных туров и их проектирования под конкретные задачи.

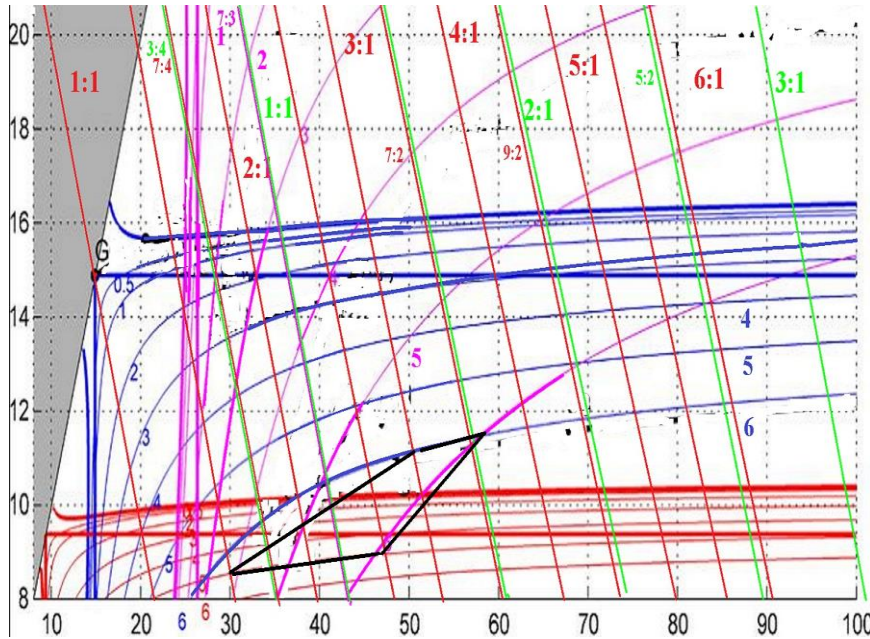


Рис. 11 – Взаимная конфигурация *изоинфин* и изолиний периода обращения КА на ГТП. Зелёные прямые – «резонансные» значения периодов КА в периодах Каллисто (16.69 сут), красные прямые – «резонансные» значения периодов КА в периодах Ганимеда (7.15 сут)

Вкратце поясним это обстоятельство. Выпишем выражения для чисел Тиссерана по Ганимеду и Каллисто и соотношение для орбитального периода обращения КА  $\tau_{sc}$ .

$$T_g \approx \frac{a_\gamma}{a_{sc}} + 2 \sqrt{\frac{a_{sc}}{a_\gamma} (1-e^2) \cos i}, \quad T_c \approx \frac{a_c}{a_{sc}} + 2 \sqrt{\frac{a_{sc}}{a_c} (1-e^2) \cos i},$$

$$\tau_{sc} = \beta \sqrt{a_{sc}^3} = \beta \sqrt{(r_\alpha + r_\pi)^3}, \quad \beta = \text{const.}$$

Здесь по-прежнему  $i$  – наклонение орбиты КА,  $e$  – её эксцентриситет,  $a_{sc}, a_\gamma, a_c$  – большие полуоси КА, Ганимеда и Каллисто,  $r_\alpha, r_\pi$  – нормированные по  $a_\gamma$  расстояния апоцентра и перигея орбиты КА.

Отсюда немедленно следует, что на ГТП изолинии периода обращения КА будут изображаться прямыми  $r_\pi = -r_\alpha + \sqrt[3]{\left(\frac{\tau_{sc}}{\beta}\right)^2}$  (рис.11).

Сольное проведение гравитационных манёвров около Ганимеда порождает на ЛОМ цепь вертикальных «резонансных» векторов (как вверх, так и вниз) (рис. 10).



Сольное проведение гравитационных манёвров около Каллисто порождает цепь горизонтальных «резонансных» векторов (как вправо, так и влево), отмеченных бирюзовым цветом.

Условие посадки на Ганимед требует значения  $T_g$ , близкого к 3, что соответствует обнулению асимптотической скорости КА относительно Ганимеда. Начальные условия входа КА в систему Юпитера после JOI («точка роста») на ЛОМ схематически изображены областью  $T_0$ , значительно отстоящей от вертикальной прямой  $T_g = 3$ . Очевидно, что соло не может «доставить» КА к цели, но может сократить время миссии (согласно рис.11). К «цели» может доставить только включение в сценарий вышеупомянутых горизонтальных векторов на рис. 10, отвечающих проведению гравитационных манёвров около Каллисто.

Совместное рассмотрение ЛОМ и рис. 11 показывает, что треки на ЛОМ «вниз» и «влево» не приводят к улучшению «качества» тура и приводят лишь к ещё большему увеличению периода и резкому падению расстояния перицентра орбиты КА (что влечёт превышение TILD) и, следовательно, также не эффективны. Эти треки изображены на ЛОМ коричневым цветом.

Таким образом, произвольный динамически допустимый баллистический сценарий сближения КА со спутником Юпитера будет представим на ЛОМ в виде последовательности различным образом перемежающихся вертикальных «вверх» и горизонтальных векторов «вправо», начинающейся в заданной «точке роста»  $T_0$  и заканчивающейся в её правом верхнем углу с координатами (3, 3).

С использованием ЛОМ становится прозрачной классификация элементов («двухходовок»), из которых формируются эффективные туры, среди которых можно выделить:

- «соло С»:  $\rightarrow \rightarrow$  (манёвры с Каллисто),
- «соло G»:  $\uparrow \uparrow$  (манёвры с Ганимедом),
- «косые манёвры»:  $\rightarrow \uparrow, \uparrow \rightarrow$ .

Комбинация из пары «двухходовок»  $\rightarrow \uparrow, \uparrow \rightarrow$  порождает «трехходовку»  $\rightarrow \uparrow \rightarrow$ . Она является одним из основных приёмов – операцией подъема перицентра, так называемым манёвром «отражения-переотражения», который служит основой для малозатратных (по  $\Delta V$ ) проникновений на «верхний тоннель».

Выбор конкретного момента для проведения этой операции является ключевым вопросом: слишком раннее начало приводит к большим временам, «позднее» его проведение коррелирует с превышением суммарной дозы накопленной КА радиации. Практически выбор ухода из «соло» можно определять через факт пересечения текущим вектором на ЛОМ изолинии соответствующего порогового значения накапливаемой радиации (рис. 12), определяемой, главным образом, расстоянием перицентра орбиты КА. Как только пристрелка даёт это пересечение, необходимо очередное подключение

«косых» манёвров. Таким образом, вариативный сценарий посадки на спутник Юпитера предполагает смешанную тактику использования указанных элементов с перемежением «соло» и связок сопряжённых косых манёвров.

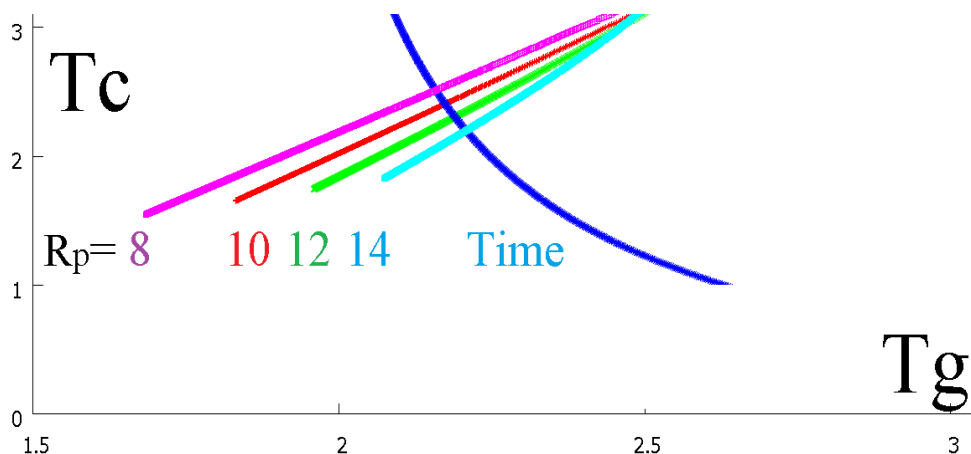


Рис. 12 – Изолинии расстояния перицентра на плоскости  $T_i$  – параметров и функция орбитального периода КА в зависимости от  $T_g$

### Методы прохождения «верхнего коридора»

Сценарии выхода на околоспутниковую орбиту и посадки на неё могут существенно различаться. На орбитах ниже орбиты спутника «J4»-Каллисто гравитационные манёвры с этим партнёром становятся невозможными. Одновременно и гравитационные манёвры с Ганимедом теряют свою эффективность. Современные методы баллистического проектирования предполагает применение на этой стадии техники «высотных» гравитационных манёвров, использующих тонкие эффекты в поведении решений ограниченных задач трёх тел для этой фазы. Фактически речь идет о лавировании КА в окрестности лагранжевых точек либрации [5, 11] (рис.18). Формально это выражается в пролётах спутника-партнёра на больших, порядка 10-50 тыс. км высотах, выше его сферы действия.

На диаграмме ГТП такому движению соответствует «верхний тоннель (верхний коридор)», на который необходимо попасть с помощью гравитационных манёвров (область  $II^e$  на рис.13).

«Подкрадывание» к Ганимеду по «верхнему тоннелю» имеет перспективу выявления комфортабельных по накопленной радиации сценариев проведения гравитационных манёвров. ГТП позволяет проектировать лишь динамический макет стратегии. Сам граф не отражает конкретное взаиморасположение КА и спутника в планетарной системе (phase-free model). Именно здесь возникает необходимость введения новых методов фазового поиска, прообразом которых можно назвать поиск окон старта и картирование в стиле Porkchop Plots NASA. Авторы пошли по пути развития вышеописанных методик использования пучков фазовых траекторий при проектировании.

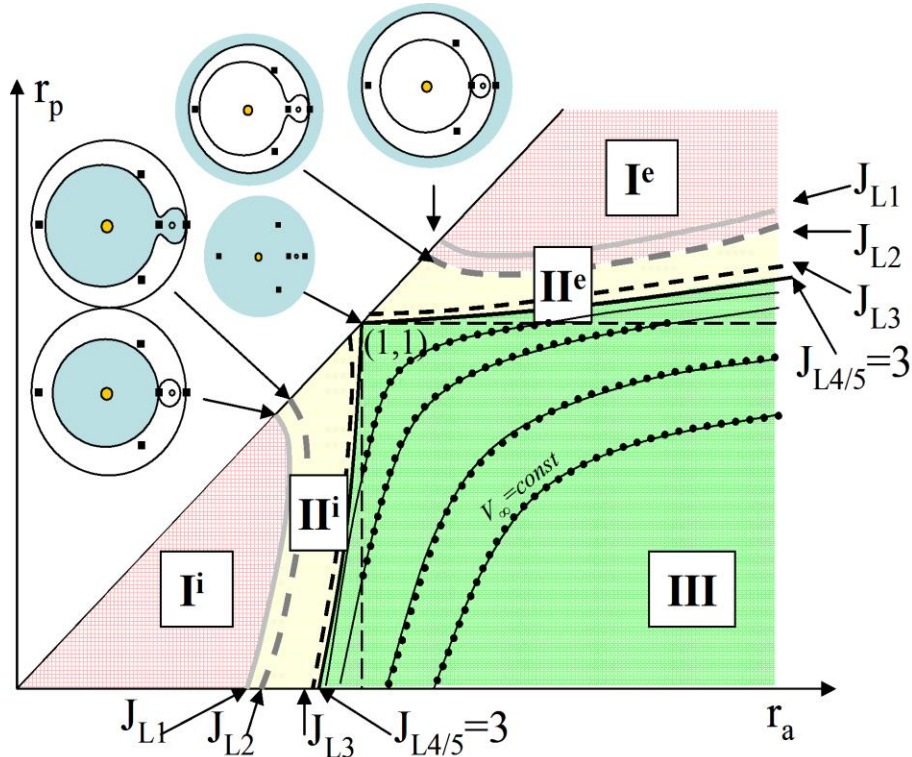


Рис. 13 – Геометрия малозатратных «высотных» гравитационных манёвров [11]

До этого момента (этап 1) авторами использовался хорошо себя зарекомендовавший при поиске «резонансных» встреч (через времена, кратные периоду спутника) метод Ламберта-Эйлера [24-25]. В этой же ситуации также эффективным оказывается «шунтированный метод поиска переотражений», где отработанная техника сортировки «отражений-переотражений»  $G_1 \wedge \bar{G} \wedge G_2$  формально подменяется селекцией «отражений» с учётом существования возможности последующих «отражений»  $G_1 \wedge G_2 \wedge G_3$  (рис. 2). При этом снимается достаточно жёсткое условие «резонансности» и область поиска пополняется «нетангенциальными» [17] типами манёвров.

Для прохождения «верхнего тоннеля» авторами разработаны и используются ряд новых методик.

*Метод селекции* («усечения роя») позволяет заменить просчёт миллионов разветвлённых вариантов гораздо меньшим числом, реальным для исполнения (десятки-сотни тысяч). Он сводится к использованию только таких сегментов синтезированного отражённого фазового пучка, которые отвечают сформулированным выше критериям  $Ti$ -координатного представления (рис. 14). Метод использует сортировку многомерных матриц моделируемых фазовых потоков.

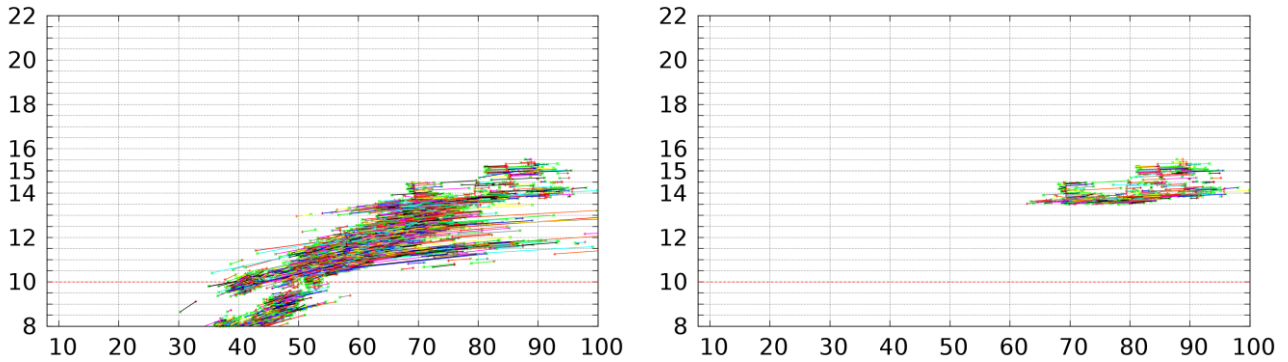


Рис. 14 – Метод селекции («усечения роя») на ГТП позволяет заменить просчёт большого числа вариантов (слева) гораздо меньшим числом, реальным для исполнения (справа)

Метод фокусировки «Зоот» заново моделирует усечённый пучок фазовых траекторий, узко сфокусированный около вычисленных значений импульсов «коррекций доставки», соответствующих кластерам селекции («усечённым роям»), полученным предыдущим методом. Импульсы коррекции принимаются опорными и около них запускаются фазовые потоки повышенной точности (рис. 15). В отличие от метода последовательных приближений (который должен сходиться к одному решению) такая методика выявляет топологическое расслоение решений по динамическим параметрам и фазовым

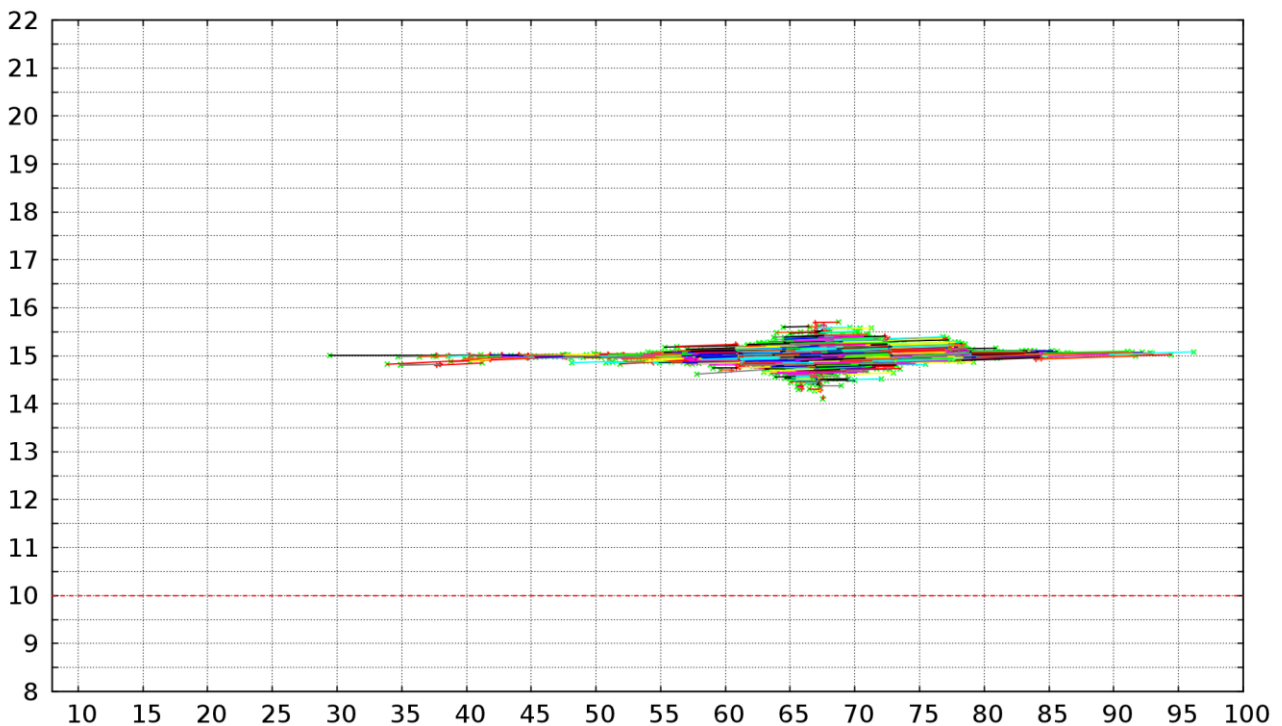


Рис. 15 – Локализация «перспективных» фазовых пучков. Результат работы метода фокусировки фазового пучка для продвижения по «верхнему тоннелю»

характеристикам на несколько групп, каждую из которых так же в дальнейшем можно использовать для селекции с учётом  $T_i$ -стратегии. Такую процедуру можно повторять итерационно, несколько раз.

Описываемые методы показали свою эффективность при реализации востребованных стратегий выхода на «верхний тоннель» и его прохождения. Эти методы непрерывно развиваются на основе комплекса *Earth Space ToolKit* (ESTK) БЦ ИПМ [24-25]. Их работа демонстрируется ниже для поиска одного из глобальных семейств целевых сценариев – построения туров для посадки на спутник Юпитера Ганимед, комфортабельных по накопленной дозе радиации.

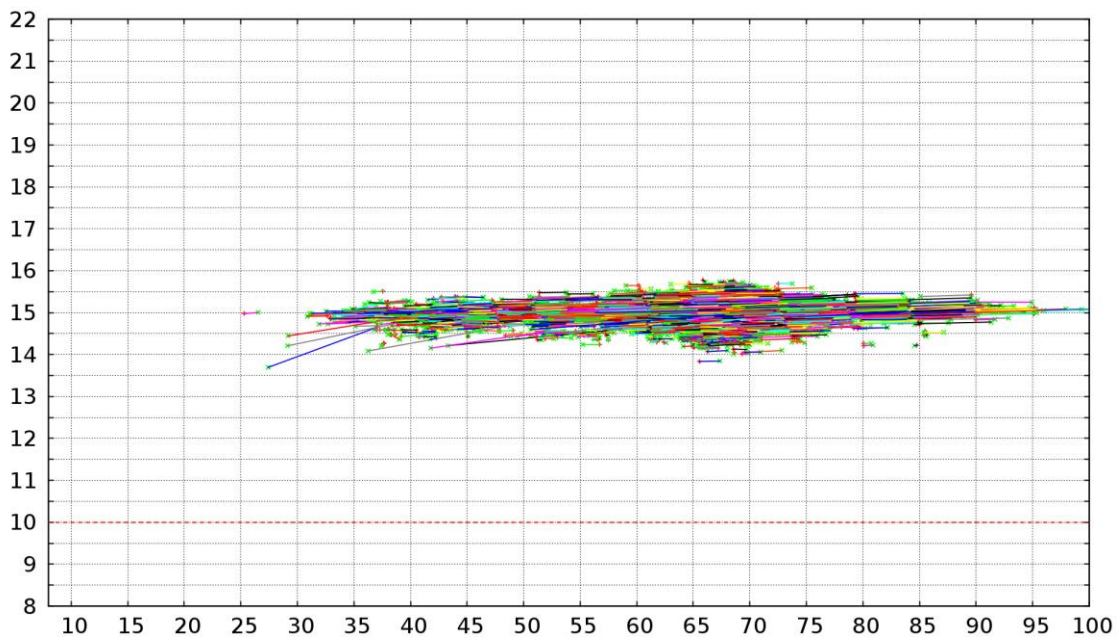


Рис. 16 – Иллюстрация двойного применения *метода фокусировки* фазового пучка для продвижения по «верхнему тоннелю» ГТП

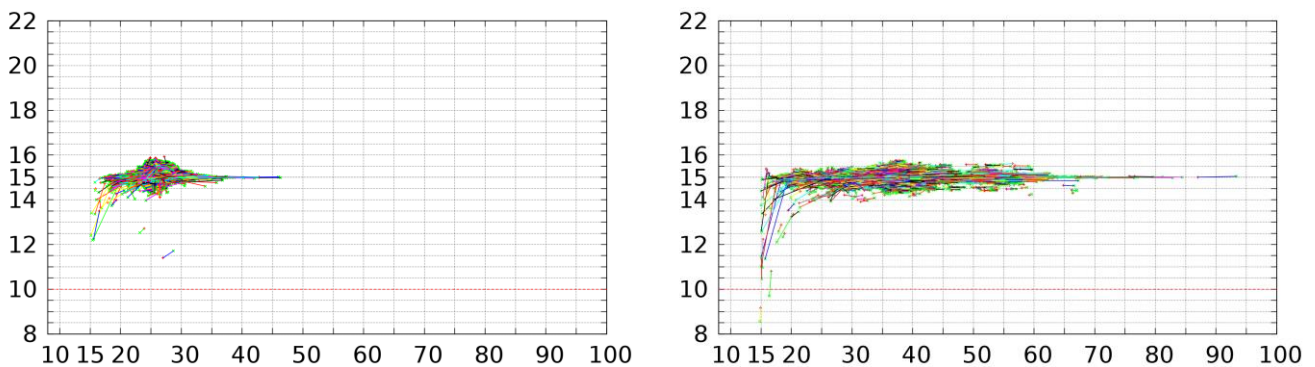


Рис. 17 – Иллюстрация последовательного применения *метода фокусировки* фазового пучка для продвижения по «верхнему тоннелю» ГТП

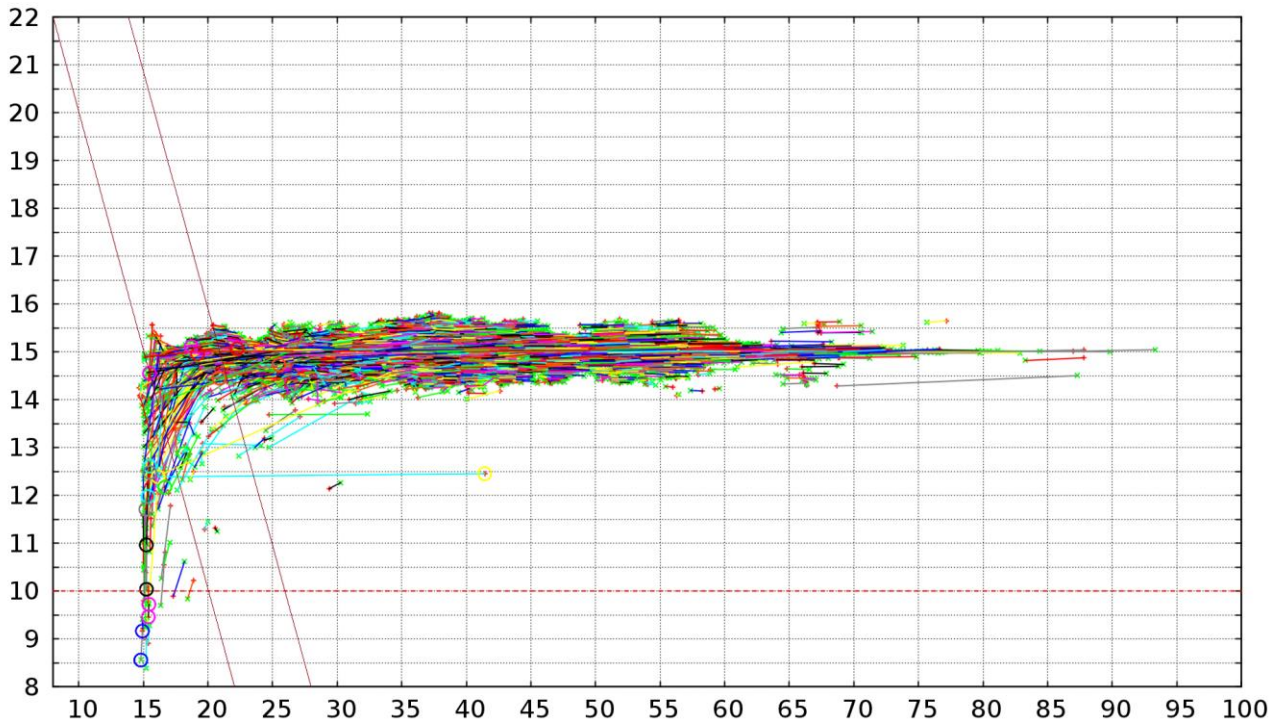


Рис. 18 – Иллюстрация совместного применения методов селекции и фокусировки фазового пучка для продвижения КА по ГТП при подходе к Ганимеду

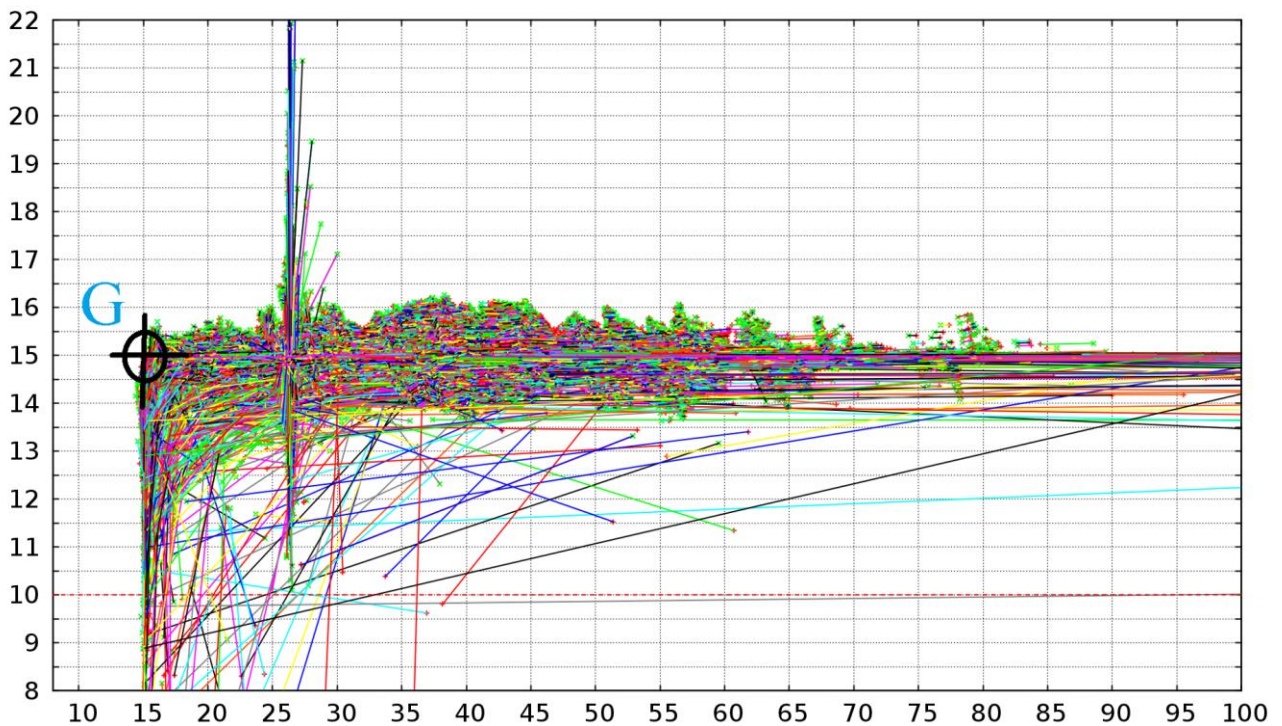


Рис. 19 – «Эндшпиль»: иллюстрация совместного применения методов селекции и фокусировки фазового пучка для продвижения КА по ГТП при подходе к Ганимеду. Заключительная стадия выхода на орбиту Ганимеда

## Синтез «комфортабельных» (по накопленной дозе радиации) туров

В работах [1-5] создан инструментарий для реализации различных востребованных стратегий. Необходимы построение и наработка с их помощью самих стратегий, служащих тем или иным потребностям космических экспедиций («многоходовок» и «этюдов»). Результатом осуществления различных представленных стратегий становится ЛОТ «лоция туров», согласно которой можно проводить баллистическое проектирование исходя из задач конкретных космических проектов.

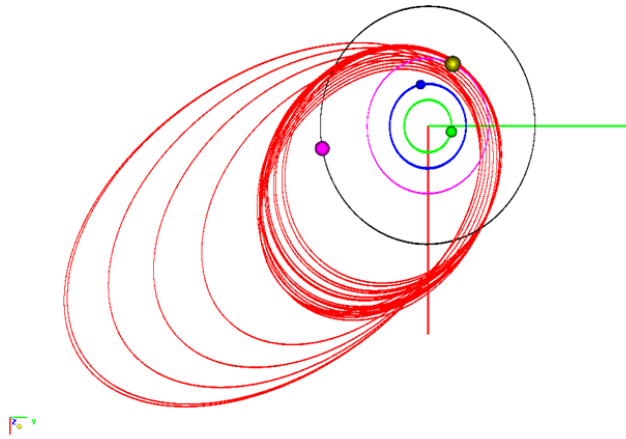


Рис. 20 – Туры с систематическими многократным подъёмами редуцирующего перицентра и затратами по  $\Delta V$

Динамически возможно осуществлять многообразные туры:

- «быстрые» туры освоения планетной системы, использующие Квази-Гомановские манёвры с большими затратами  $\Delta V$ ;
- «примитивные» дорогостоящие туры с многократным подъёмами перманентно падающего перицентра (рис. 20);
- малозатратные «долгие» и «умеренно долгие» туры;
- «жёсткие» и комфортабельные по накопленной дозе радиации туры.

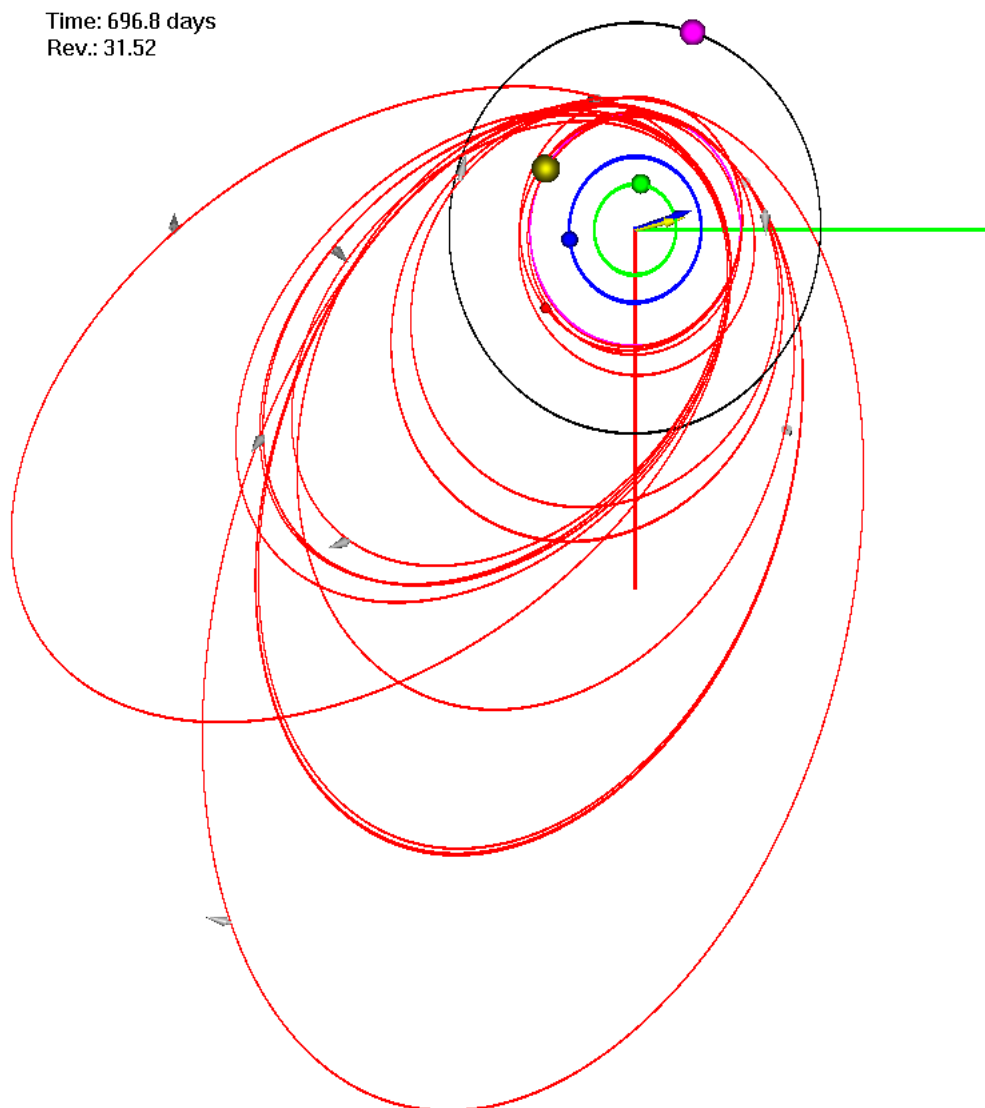


Рис. 21 – Типовой найденный «комфортабельный» по накопленной дозе радиации сценарий сближения КА с Ганимедом из «лоции» с суммарной дозой накопленной радиации 50 крад при защите 8-10 мм Al (либо 150-200 крад при защите 4 мм Al)

В большинстве случаев при проектировании миссий к Юпитеру и другим планетам-гигантам, как и экспедиций к Солнцу, особое значение при выборе из «лоции» приобретает комфортабельность сценария по накопленной дозе радиации.

Проектирование «жестких» по накопленной дозе радиации туров в «танк»-стиле [23] упрощает процедуру выбора и, очевидно, расширяет геометрию «лоции» до более близких к Юпитеру спутников.

В настоящей работе представлена, напротив, возможность проведения «комфортабельных» (по радиации) полётов в системе КА с TILD, не



превышающей значений 50 крад для стандартной защиты 8-10 мм Al (либо, как вариант, для «легких» КА с толщиной защитного корпуса 4-5 мм Al при стандартных ограничениях на TILD 250 крад).

Типовой найденный «комфортабельный» по накопленной дозе радиации сценарий сближения КА с Ганимедом из «лоции» с суммарной дозой накопленной радиации 50 крад при защите  $2.2 \text{ г/см}^2$  представлен на рис. 21.

## Заключение

Разнообразие гравитационного ансамбля в системе Юпитера не только усложняет точный баллистический анализ миссии, но, при его эффективном использовании, позволяет адаптировать алгоритмы построения сценариев проведения гравитационных манёвров под задачи конкретных космических миссий, включая обход опасных радиационных областей, а также сближение с одним из спутников Юпитера и посадку на него в проектах «JUICE» и «Лаплас–П» при разумных затратах ресурсов и времени.

С использованием реальных эфемерид Юпитера и его естественных спутников осуществлена модельная реализация эвристического алгоритма преодоления «парадокса сольных пертурбаций» [1-5] с целью сближения с одним из этих спутников путём совершения обхода зоны повышенной радиации по «верхнему тоннелю/контур» ГТП. Одновременно проводится практически беззатратная редукция асимптотической скорости КА, необходимая для сближения со спутником. Она становится возможной при переходе от поиска туров в модели ограниченной задачи трёх тел к условиям задачи четырёх и более тел.

Для параметрического попадания в вышеуказанную зону ГТП диаграммы в баллистический сценарий миссии вводятся сопряжённые «косые» гравитационные манёвры ещё до завершения фазы редукции периода обращения КА. Таким образом, разумное увеличение длительности миссии удаётся разменять на резкое снижение суммарной дозы полученной радиации TILD.

В результате демонстрируется открывающаяся возможность как «комфортабельных» (по радиации) полётов в системе КА с TILD, не превышающими значений 50 крад для стандартной защиты 8-10 мм Al, так и полётов «легких» КА с толщиной защитного корпуса 4-5 мм Al при стандартных ограничениях на TILD 250 крад.

Указанное обстоятельство может обеспечить значительный выигрыш в полезной нагрузке КА, как и повышение степени надёжности работы его научной аппаратуры.

## Библиографический список

1. Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский, В.В. Корянов, А.Г. Тучин. Гравитационные манёвры космического аппарата в системе Юпитера. Известия РАН. Теория и системы управления, 2014, № 3, с. 159–177.
2. Полёты в системе Юпитера с использованием гравитационных манёвров около галилеевых спутников / Г.К. Боровин, Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский, В.В. Корянов, А.Г. Тучин // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 72. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-72>
3. Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G. A Method of Orbit Designing Using Gravity Assist Maneuvers to the Landing on The Jupiter's moon Ganymede // Third Moscow Solar System Symposium, Moscow, 2012. URL: <http://ms2012.cosmos.ru/presentations>
4. Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G. A Method of Orbits Designing Using Gravity Assist Maneuvers to the Landing on the Jovian's Moons // International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013. URL: <http://glcw2013.cosmos.ru/presentations>
5. Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский, В.В. Корянов, А.Г. Тучин. Синтез сценариев космических миссий в системе Юпитера с использованием гравитационных манёвров. Доклады Академии Наук, 2014, том 456, № 1, с. 39–41.
6. Minovitch M.A. The Determination and Characteristics of Ballistic Interplanetary Trajectories under the Influence of Multiple Planetary Attractions // Jet Propulsion Lab., Pasadena, Calif., Tech. Rept. 32-464, Oct. 31, 1963.
7. Minovitch M.A. Gravity Thrust Jupiter Orbiter Trajectories Generated by Encountering the Galilean Satellites // J. Spacecraft and Rockets, Vol. 9, 109, 751–756, 1972.
8. Labunsky A.V., Papkov O.V., Sukhanov K.G. Multiple Gravity Assist Interplanetary Trajectories // Earth Space Institute Book Series, Gordon and Breach Publishers, London, 1998. pp. 33–68.
9. Strange N.J., Longuski J.M. Graphical Method for Gravity-Assist Trajectory Design // Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 39, No. 1, 2002, pp. 9–16, DOI: [10.2514/2.3800](https://doi.org/10.2514/2.3800).
10. Campagnola S., Russell R.P. Endgame Problem. Part 1: V-Infinity Leveraging Technique and Leveraging Graph // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 463–475, DOI: [10.2514/1.44258](https://doi.org/10.2514/1.44258).
11. Campagnola S., Russell R.P. Endgame Problem. Part 2: Multi-Body Technique and TP Graph // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 476–486, DOI: [10.2514/1.44290](https://doi.org/10.2514/1.44290).
12. Boutonnet A., Schoenmaekers J. Mission Analysis for the JUICE Mission // AAS 12-207 AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Charleston, SC, Feb 2012.

13. JUICE: Consolidated Report on Mission Analysis (CReMA). Arnaud Boutonnet, Johannes Schoenmaekers. Reference WP-578 Issue 1. Date of Issue 29/05/2012.
14. Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах, т. 1. Новые методы небесной механики. – М.: Наука, 1971.
15. Себехей В. Теория орбит. Ограниченная задача трёх тел. – М.: Наука, 1982.
16. Tisserand F.F. *Traité de Mécanique Céleste* // Vol. 4, pp. 203–205. Gauthier-Villars et fils, Paris, 1896.
17. Woolley R. Endgame strategies for planetary Moon Orbiters // A thesis has been approved for the Department of Aerospace Engineering Sciences, 2010.
18. Сайт NAIF (Navigation and Ancillary Information Facility) URL: <http://naif.jpl.nasa.gov/naif/index.html> (дата обращения 08.06.2013).
19. Эфемериды галилеевых спутников Юпитера. URL: [ftp://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic\\_kernels/spk/satellites/jup300.bsp](ftp://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/spk/satellites/jup300.bsp) (дата обращения 10.07.2014).
20. Yoder C.F. Astrometric and Geodetic Properties of Earth and the Solar Systems. URL: <http://www.agu.org/books/rf/v001/RF001p0001/RF001p0001.pdf>
21. Barrabéz E., Gómez G., Rodríguez-Canabal J. Notes for the gravitational assisted trajectories. // *Advanced topics in astrodynamics. Summer course. Barcelona, July 2004.* URL: <http://www.ieec.fcr.es/astro04/notes/gravity.pdf>
22. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. – М., Наука, 1980.
23. Science from the Europa Clipper Mission Concept: Exploring the Habitability of Europa. D. Senske, L. Prockter, R. Pappalardo, M. Mellon, W. Patterson, S. Vance, B. Cooke, and the Europa Study Team // *International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013.* URL: <http://glcw2013.cosmos.ru/presentations>
24. Оптимизация схемы сближения с Ганимедом с использованием последовательности гравитационных манёвров. НТО по НИР. Инв. № 5-006-12 // ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. М.: 2009. 58 с.
25. Проработка предложений по схеме полёта к Юпитеру и проведению работ по баллистической поддержке миссии к Юпитеру и Европе на участке перелёта Земля – Юпитер. НТО по НИР «Лаплас-ИПМ». Инв. № 5-012-09 // ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. М.: 2009. 58 с.
26. Strange N.J., Russell R., Buffington B., Mapping the  $V_{\infty}$  Globe // *AIAA/AAS Space Flight Mechanics Meeting, AAS Paper 07-277, 2007.*
27. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., Наука, 1968.
28. Uphoff C., Roberts P.H., Friedman L.D. Orbit Design Concepts for Jupiter Orbiter Missions // *Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 13, 1976, No. 6, pp. 348-355.*
29. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1974.
30. Podzolkov M.V., Getslev I.V. Radiation Conditions of Mission to Jupiter's Moon Ganymede // *International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013.*

## Приложение 1. Сценарий ТУРА «стандарт» (по накопленной дозе радиации) в системе Юпитера

Первоначально методика преодоления парадокса сольных пертурбаций разрабатывалась специально под задачи отечественной миссии «Лаплас–П». Она и её модификации были численно реализованы авторами в Баллистическом Центре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН с учётом гравитационного воздействия Юпитера, его спутников, а также возмущающего воздействия Солнца и планет на основе программного комплекса ESTK и использования эфемерид из астрономических ежегодников (NAIF JPL NASA).

На этапе 2 при поиске манёвров редукции асимптотической скорости при моделировании сотен тысяч вариантов для каждой даты отбирались только такие цепочки, которые содержат замкнутые циклы пролётов Ганимеда при условии промежуточного прохождения Каллисто.

В результате в [1-2] были найдены семейства траекторий, обеспечивающих стандартные требования по длительности тура, затратам характеристической скорости и суммарной дозе накопленной КА радиации 250 крад при толщине защиты, идентичной защите КА «Galileo»: 8-10 мм Al.

Типовой синтезированный фрагмент манёврирования КА перед посадкой на Ганимед представлен на рис.22.

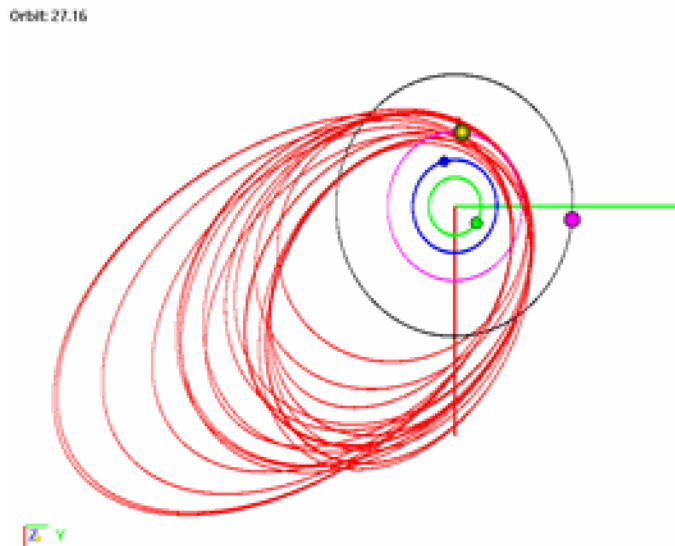


Рис. 22 – Типовой фрагмент манёврирования КА перед посадкой на Ганимед [1–5]. Показаны орбиты КА и спутников Юпитера Ио, Европа, Ганимед, Каллисто

## Приложение 2. Радиационная обстановка в системе Юпитера

Уровень радиации в юпитерианской системе чрезвычайно высок (рис. 23) и представляет серьёзную проблему, требующую учёта при проектировании сценариев полёта к спутникам Юпитера.

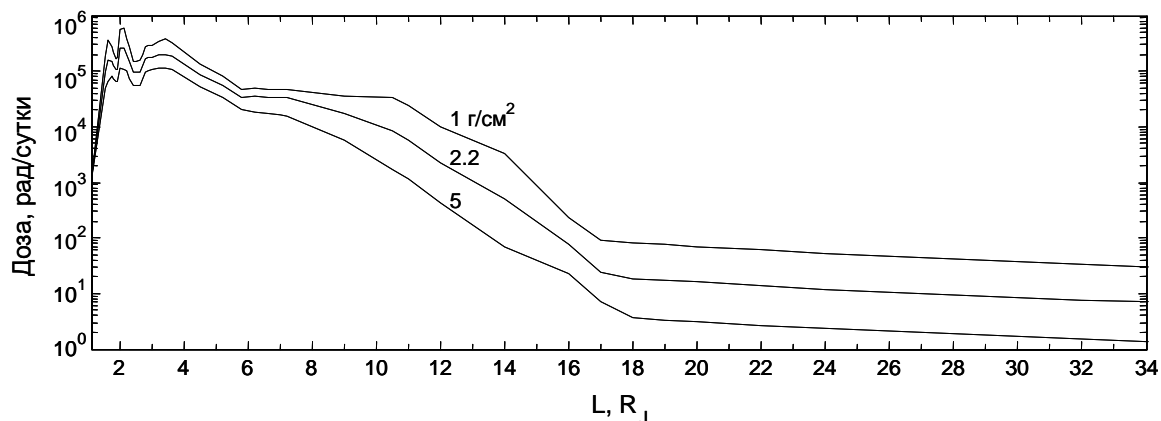


Рис. 23 – Уровень радиации в окрестностях планеты Юпитер [30]. По оси абсцисс – расстояние до центра Юпитера в его радиусах

Учёт представленной зависимости, полученный на основе приборных измерений космических миссий NASA, был проведён с помощью программного комплекса поиска цепочек гравитационных манёвров, разработанного авторами. В результате открылась возможность оценить суммарную получаемую КА радиационную дозу «на лету», интерактивно.

На рис. 24 представлен типовой график рассчитанной радиационной дозы, получаемой КА на витке в зависимости от расстояния до центра системы. Расчёт выполнен авторами с использованием модели [30].

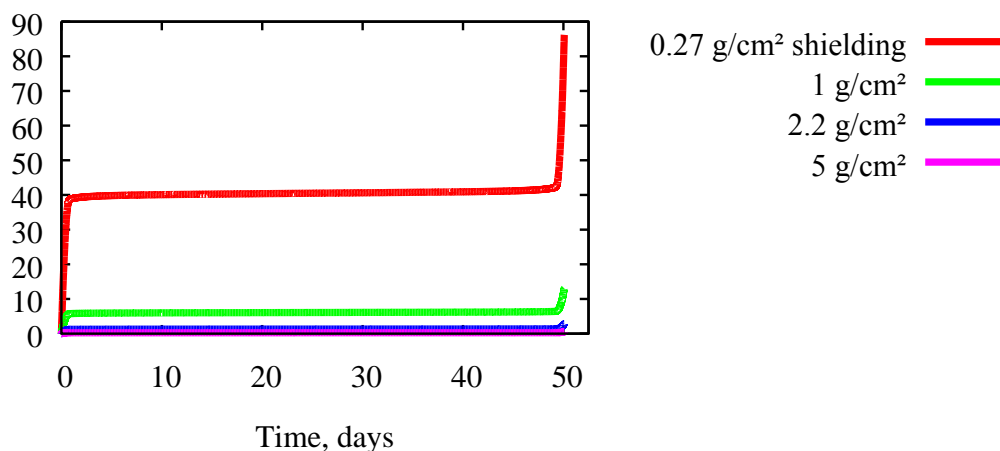


Рис. 24 – Динамика накопления радиации в окрестности Юпитера на одном витке. По оси абсцисс – время в днях [1-5]

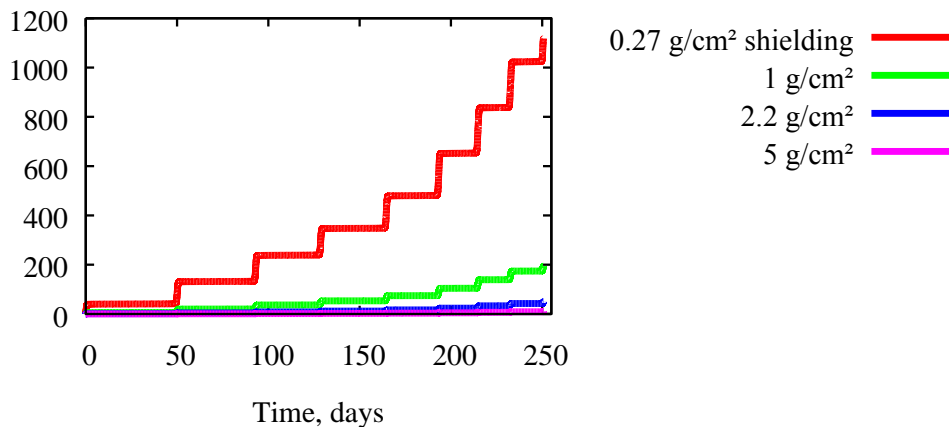


Рис. 25 – Динамика накопления радиации в дебюте миссии к спутникам Юпитера. По оси абсцисс – время в днях

Из рис. 24 следует, что на эллиптической орбите наибольшую дозу космический корабль получает в перигеуме практически квазисингулярно, поскольку большую часть витка по свойству интеграла площадей он проводит вне этой зоны.

На рис. 25 представлена численно проинтегрированная функция накопления радиации для стандартной «умеренно радиационной» цепочки гравитационных манёвров на первой фазе тура, построенной авторами.

В увеличенном масштабе динамика накопления радиации представлена на рис. 26.

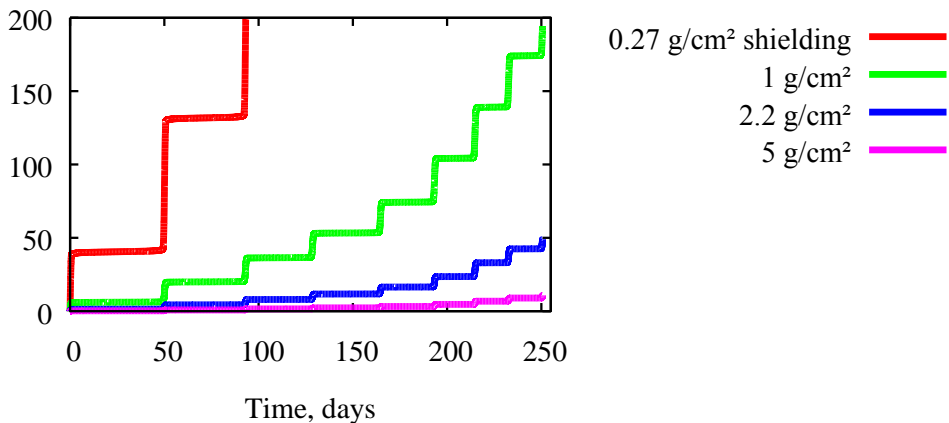


Рис. 26 – Динамика накопления радиации в дебюте миссии к спутникам Юпитера. Увеличение масштаба

Резюмируя, можно сказать, что суммарная доза накопленной КА радиации, получаемая в течение всей миссии около планеты Юпитер, может достигать очень больших величин, обуславливаемых не столько общей длительностью миссии, сколько количеством и высотой наиболее низких перигеумов тура. Любой пролёт спутников Ио и Европы нарушает модельное ограничение на эту дозу, характерное для миссий «Лаплас-П» и «JUICE» (150-260 крэд при стандартной защите 2.2 г/см<sup>2</sup>).

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| Введение .....   | 3  |
| Специфика проведения гравитационных манёвров .....   | 4  |
| Особенности проведения гравитационных манёвров в системе Юпитера .....   | 6  |
| Методика преодоления «парадокса сольных пертурбаций» с помощью<br>перехода к ограниченной задаче четырёх тел ..... | 8  |
| Способы выхода на «верхний коридор» .....  | 13 |
| Топология туров в системе Юпитера в модели ограниченной задачи<br>четырёх тел. $T_i$ -координаты .....             | 14 |
| Методы прохождения «верхнего коридора» .....   | 17 |
| Синтез «комфортабельных» (по накопленной дозе радиации) туров .....  | 22 |
| Заключение .....   | 24 |
| Библиографический список .....   | 25 |
| Приложение 1. Сценарий ТУРА «стандарт» (по накопленной дозе радиации)<br>в системе Юпитера .....                   | 27 |
| Приложение 2. Радиационная обстановка в системе Юпитера .....  | 28 |